

データ融合に基づく交通状態推定における 交通流モデルの比較分析

瀬尾 亨¹

¹正会員 東京工業大学研究員 環境・社会理工学院 (〒 152-8552 目黒区大岡山 2-12-1-M1-20)
ミシガン大学研究員 (1233 G.G Brown, 2350 Hayward, Ann Arbor, MI 48109, US)
E-mail: t.seo@plan.cv.titech.ac.jp

近年、交通データの質・量がともに急速に向上しており、高度な交通モニタリングやそれに基づく制御の実現可能性が高まっている。これを受け、様々な交通状態推定手法が提案されており、特に多様な観測情報を交通流モデルと組み合わせたデータ同化によって融合する手法が盛んに研究されている。しかし、各手法はほとんど独立に研究されているのが現状であり、互いの性質の違いは必ずしも明らかではない。本論文は、交通状態推定の基礎として用いられる交通流モデルに着目し、異なるモデルに基づく手法の性質を比較分析する。具体的には、古典的な一次交通流モデル、近年提案された高次交通流モデル、データ駆動型モデルの三モデルを、感知器データとプローブデータの様々な利用可能性のもとで考える。それぞれの定性的な性質を整理したのち、実データに基づく比較検討により定量的な違いを経験的に明らかにした。

Key Words: traffic flow theory, data assimilation, fundamental diagram, the LWR model, the ARZ model, data-driven

1. はじめに

交通状態（流率、密度、速度）の把握は交通管理上重要である。しかし、交通流全体を直接観測するのは実際上不可能であるため、限られた観測情報に基づき全体の交通状態を推定する機会が多い。特に、近年のデータの利用可能性の拡大とともに、感知器等の定点観測とプローブカー等の移動体観測をデータ同化¹⁾等の方法論により組み合わせる手法（データ融合）が盛んに研究されている^{2), 3)}。

データ同化による交通状態推定の重要な要素として、システムモデルとしての交通流モデルがある。交通流モデルには様々な種類がある。例えば、Lighthill-Whitham-Richards (LWR) モデル^{4), 5)} (Kinematic wave 理論⁶⁾や一次交通流モデルとも呼ばれる)がある。本モデルは流率密度関係 (FD: Fundamental diagram) および保存則からなり、その単純さ、理論的に望ましい各種性質、比較的良好な精度から交通状態推定には最も広く用いられている³⁾。FD の仮定を緩和した他のモデルも用いられており、例えば Aw-Rascle-Zhang (ARZ) モデル^{7), 8)}をはじめとする高次交通流モデルや、データ駆動型交通流 (DAT: DATa-driven conservation law) モデル^{9), 10)}がある。これらのモデルはそれぞれ異なる物理的仮定に基づいており、定性的に異なる挙動を示す^{11), 12)}。しかし、その違いを交通状態推定の文脈で分析する研究はあまりなされていない。

本研究の目的は、データ融合に基づく交通状態推定における交通流モデル間の性質の違いを定性的に整理し、かつ定量的・経験的に示すことである。本稿の構成は以下の通り。第2章にて既存の交通流モデルおよび交通状態推定手法をレビューし、それらの定性的違いを整理する。第3章にて本研究で提案する ARZ モデルに基づく交通状態推定手法の概略を示す。第4章にて異なる交通流モデルに基づく推定手法間の性質の違いを、実データに基づき定量的・経験的に分析する。第5章にて結論をまとめる。

2. 交通流モデルおよび交通状態推定手法の整理

(1) 交通流モデルの比較

LWR モデルは

$$\partial_t k + \partial_x (kv) = 0 \quad (1a)$$

$$v = V(k) \quad (1b)$$

と表される。ここに、 k は密度、 v は速度、 V は速度-密度関係としての FD である。式 (1a) は保存則を意味し、通常の交通流では常に成り立つ。式 (1b) は、交通状態はほとんど全ての (t, x) で FD に完全に従う、すなわち均衡状態にあることを意味する。

ARZ モデルは

$$\partial_t k + \partial_x (kv) = 0 \quad (2a)$$

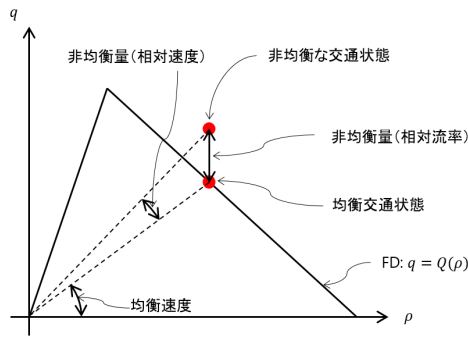


図-1: FD および交通状態

$$\partial_t(k(v - V(k))) + \partial_x(k(v - V(k))v) = -\frac{k(v - V(k))}{\tau} \quad (2b)$$

と表される。ここに、 τ は緩和時間である。式(2a)はLWRモデルと同じく保存則を意味する。式(2b)はモーメント方程式と呼ばれ、速度の均衡状態からの乖離($v - V(k)$)の時間変化過程を記述している。FDと交通状態の関係を図1に示す。

DATモデルは例えば

$$\partial_t k + \partial_x(kv) = 0 \quad (3)$$

$$v = v_{PD} \quad (4)$$

と表される。ここに、 v_{PD} はプローブデータから算出される速度であり、プローブデータが十分あれば全ての (t, x) で既知である。本モデルは、プローブデータが十分に利用可能であることを前提としており、もはやFDに頼っていない。

この三種のモデルを比較すると、ある意味でLWRモデルが最も強い仮定を置いているといえる。すなわち、交通状態はほとんど全ての (t, x) で均衡状態にあるという仮定である。そして、ARZモデルは均衡状態からのズレを許容することで均衡仮定を緩和したものであり、データ駆動型交通流モデルは均衡仮定をデータと置き換えて排除したものと位置付けられる。

この違いは交通状態推定にとって大きな意味を二つ持つ。一つ目は、当然のことであるが、LWRモデルは非均衡な交通状態を考慮できない点である。非均衡な交通状態の例としてはいわゆるcapacity dropやstop-and-go波などの現象があり、交通管理上これらを考慮できないのは(致命的ではないものの)問題といえる。なお、これは交通状態推定固有の問題ではなく、交通流モデルの応用上一般的な問題であると指摘されている¹²⁾。二つ目は、データ融合への適性の違いである。一般に、感知器とプローブカーの観測する状態量は互いに異なる(感知器は流率、プローブカーは速度)。LWRモデルでは速度と流率はFDに制約されており状態量は1次元

(k のみ)であるため、観測された情報を捨象しなければならない。一方、ARZ、DATモデルでは状態量は2次元となっており、そのような必要はない。

(2) 交通状態推定におけるデータ融合手法の整理

本節では、交通状態推定における交通流モデル毎のデータ融合手法を整理する。交通状態推定全般についての既往研究整理についてはSeo et al.³⁾を参照されたい。

LWRモデルでは、前述のように状態変数が k のみのため、データ融合には特別な手続きが必要となる。代表的な手法は以下の通り：

- FD関数を通し、プローブの観測した v を k に変換する手法^{13), 14)}。流率密度図における「ちらばり」のため、このようなFDに基づく変換は誤差が大きいことが知られている。この「ちらばり」は本質的に非均衡状態を意味している。
- LWRモデルを速度を状態変数として定式化しなおす(CTM-vなどと呼ばれる)手法¹⁵⁾。感知器の流率や密度データを用いる場合、前手法と同様のFDの「ちらばり」に起因する問題が生じる。
- 累積台数やラグランジュ座標系を用い、プローブ軌跡を累積台数曲面における等高線として直接利用する手法¹⁶⁾⁻¹⁸⁾。プローブ軌跡の情報を捨象せずに活用できる長所がある一方、非FIFOな交通流においては追越しに起因する問題(例：不自然な真空・圧縮、追越しのあるプローブデータを使えない)が生じうる。この問題はプローブカーの数が増えれば増えるほど顕著になる。

いずれにせよ、本来は非均衡にありうる交通状態を均衡状態として推定する問題は共通している。

ARZモデルを含む高次交通流モデルの場合、状態変数が k と v の二つある場合が多いため、データ融合は比較的単純に扱える。実際、プローブデータを交通状態推定に用いた最初の研究であるNanthawichitら¹⁹⁾はプローブが v 、感知器が v と流率を観測すると仮定し、単純な観測モデルを構築している。用いられる交通流モデルとしては、古典的なPayne-Whithamモデル^{20), 21)}を用いた例¹⁹⁾、LWRモデルにad hocな数値誤差を付与した疑似高次交通流モデルを用いた例^{22), 23)}、ARZモデルの亜種を用いた例^{24), 25)}がある。

プローブデータの利用可能性の高まりとともに、近年はDATモデルの利用も提案されている^{10), 26), 27)}。これらの研究はFDを必要としない点を長所として強調している。

3. ARZ モデルに基づく交通状態推定手法

ARZ モデルに基づき、プローブデータによって観測される速度と感知器によって観測される速度・流率のデータ融合により交通状態を推定する手法を構築する。方法論としては拡張カルマンフィルタ (EKF: Extended Kalman Filter) によるデータ同化¹⁾を用いる。

(1) 状態空間モデル

EKF の状態空間モデルは

$$\mathbf{x}^n = \mathbf{f}(\mathbf{x}^{n-1}) + \boldsymbol{\nu}^n, \quad (5a)$$

$$\mathbf{z}^n = \mathbf{h}^n(\mathbf{x}^n) + \boldsymbol{\omega}^n, \quad (5b)$$

と表せる。ここに、 \mathbf{x}^n は交通状態を意味する状態ベクトル、 \mathbf{f} は交通流モデルを意味するシステムモデル、 $\boldsymbol{\nu}^n$ は $\boldsymbol{\nu}^n \sim \mathcal{N}(0, Q^n)$ に従うシステムノイズ、 \mathbf{z}^n は観測値を意味する観測ベクトル \mathbf{h}^n は観測値の得られ方を意味する観測モデル $\boldsymbol{\omega}^n$ は $\boldsymbol{\omega}^n \sim \mathcal{N}(0, R^n)$ に従う観測ノイズである。

EKF の枠組みを用いると、与えられた観測値 \mathbf{z}^n 、システムモデル $\mathbf{f}^n, \boldsymbol{\nu}^n$ 、観測モデル $\mathbf{h}^n, \boldsymbol{\omega}^n$ に基づき最も確からしい状態 \mathbf{x}^n を逐次的に計算可能である。解法は樋口¹⁾を参照されたい。

(2) システムモデル

式 (2) に示す ARZ モデルは差分法である Lax-Friedrich スキーム²⁸⁾により

$$\begin{aligned} U_j^{n+1} &= \frac{1}{2}(U_{j+1}^n + U_{j-1}^n) \\ &\quad - \frac{\Delta t}{2\Delta x}(F(U_{j+1}^n) - F(U_{j-1}^n)) \\ &\quad + \frac{\Delta t}{2}(R(U_{j+1}^n) + R(U_{j-1}^n)) \end{aligned} \quad (6)$$

ただし

$$U = \begin{pmatrix} k \\ y \end{pmatrix} \quad (7)$$

$$F(U) = \begin{pmatrix} y + kV(k) \\ \frac{y^2}{k} + yV(k) \end{pmatrix} \quad (8)$$

$$R(U) = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{y}{\tau} \end{pmatrix} \quad (9)$$

と離散化できる。ここに、 y は $y = k(v - V(k))$ によって定義される相対流率と呼ばれる状態量であり、 U の上添え字は時刻、下添え字は地点を意味する。

さて、状態ベクトルを

$$\mathbf{x}^n = (\dots, k_{j-1}^n, y_{j-1}^n, k_j^n, y_j^n, k_{j+1}^n, y_{j+1}^n, \dots)^\top \quad (10)$$

と定義すると、式 (6) は式 (5a) の形に書き直せる。ここで、FD が \mathbf{x}^n に関して微分可能であれば、式 (6) は \mathbf{x}^n に関して微分可能である。よって、EKF のヤコビ行

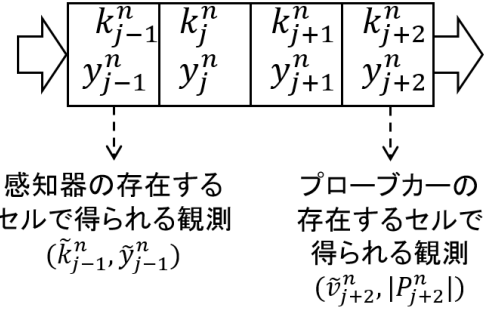


図-2: 感知器とプローブカーによる交通流の観測

列を解析的に導出可能であるため、数値安定的に EKF を適用可能である。

なお、ARZ モデル固有の課題として、非均衡状態 ($y \neq 0$) は初期・境界条件として与えられて初めて生じるという点がある。すなわち、非均衡状態は内生的には生じず、外生的に与えられたものが緩和時間 τ に基づき減衰していくのみであった。これは実際の capacity drop や stop-and-go 波を考えると不自然である。一方、データ同化を用いれば、非均衡状態は観測値に基づき発生させることが可能である。

(3) 観測モデル

観測ベクトルを

$$\mathbf{z}^n = (\dots, \tilde{k}_j^n, \tilde{y}_j^n, \tilde{v}_j^n, \dots)^\top \quad (11)$$

とする。ただし、チルダ記号は (誤差を有する) 観測値を意味する。さて、感知器とプローブカーが利用可能であり、感知器は設置地点の相対流率 y と k を、プローブカーは自車の車両軌跡を取得可能と想定する。以上の考え方を図 2 に示す。式 (5b) を見ればわかる通り、観測モデル \mathbf{h}^n は \mathbf{x} から \mathbf{z} へのマッピングである。よって、観測モデルは

$$h_{3j}^n(\mathbf{x}) = x_{2j}, \quad \text{if } \delta_{D,j}^n = 1; \text{ otherwise } 0 \quad (12a)$$

$$h_{3j+1}^n(\mathbf{x}) = x_{2j+1}, \quad \text{if } \delta_{D,j}^n = 1; \text{ otherwise } 0 \quad (12b)$$

$$h_{3j+2}^n(\mathbf{x}) = \frac{x_{2j+1}}{x_{2j}} + V(x_{2j}), \quad \text{if } \delta_{P,j}^n = 1; \text{ otherwise } 0 \quad (12c)$$

と定式化できる。ここに、 $\delta_{D,j}^n = 1$ および $\delta_{P,j}^n = 1$ は時刻 n のセル j がそれぞれ感知器およびプローブカーを有する場合に 1 となるダミー変数である。

観測ノイズの分散共分散行列 R^n は以下のようにモデル化する。感知器については、測定誤差は所与の分散を持つ互いに独立な正規分布とする。よって、感知器に対応する R^n の要素は所与の定数である。

プローブカーについてはより交通現象を考慮したモデルを構築する。まず、プローブカーは未知の割合で交通流に混入しており、それぞれの軌跡を正確に測定するとする。すると、プローブの平均速度 \tilde{v}_j^n は Edie の定義²⁹⁾ より

$$\tilde{v}_j^n = \frac{\sum_{i \in P_j^n} d_j^n(i)}{\sum_{i \in P_j^n} t_j^n(i)} \quad (13)$$

と求められる。ここに、 P_j^n は当該セル内におけるプローブの集合、 $d_j^n(i)$ は当該セル内におけるプローブ i の走行距離、 $t_j^n(i)$ は同走行時間である。さて、プローブは他の車両の厳密に同じ速度で走行するとは限らないので、基本的に \tilde{v}_j^n は真値 v_j^n と比べて誤差を持つ。この誤差を以下のように近似する。まず、 Δx が $v_j^n \Delta t$ より十分大きければ（本条件は差分法の Courant–Friedrichs–Lewy 条件 $\Delta x \geq v_j^n \Delta t$ により概ね満たされる）、 $t_j^n(i) \simeq \Delta t$ とみなせるため $t_j^n(i) \simeq \Delta t$ としてよい。よって

$$\tilde{v}_j^n \simeq \sum_{i \in P_j^n} \frac{d_j^n(i)}{t_j^n(i)} \simeq \frac{\sum_{i \in P_j^n} \bar{v}_j^n(i)}{|P_j^n|} \quad (14)$$

の近似が成り立つ。ここに、 $\bar{v}_j^n(i) = d_j^n(i)/t_j^n(i)$ は当該セルにおけるプローブ i の平均速度である。式 (14) はサンプル P_j^n に基づく v_j^n の推定と解釈できる。よって、理論的には、その標準誤差 ψ_j^n は

$$\psi_j^n \simeq \sqrt{\frac{|N_j^n| - |P_j^n|}{|N_j^n|} \frac{\sigma(\bar{v}_j^n(i))}{\sqrt{|P_j^n|}}} \quad (15)$$

と表せる。ここに、 $|N_j^n|$ は当該セルにおける全車両数、 $\sigma(\bar{v}_j^n(i))$ は $\bar{v}_j^n(i)$ の P_j^n における標準偏差である。ただし、実際には少ない $|P_j^n|$ に基づいて $|N_j^n|$ や $\sigma(\bar{v}_j^n(i))$ を計算すると値が不安定になる。よって、適当な所与の定数 ϕ を用いて

$$\psi_j^n = \phi / \sqrt{|P_j^n|} \quad (16)$$

と定義する。最終的に、 ψ_j^n が R_n の対応する要素の値とする。

4. 実データに基づく比較検証

(1) データ

実データとして、NGSIM データセット³⁰⁾を用いる。これは、アメリカの高速道路上にて画像解析により収集された車両軌跡データであり、観測範囲は道路延長約 600m、車線数 5 および 6、時間幅約 15 分である。本データの車両軌跡を真値とみなし、仮想的に車両感知器（設置位置の速度と密度を観測）・プローブカー（ランダムに車両軌跡を抽出）を再現し、交通状態推定手法の性質を検証する。本データの交通状態を図 5 に示す。

(2) 比較対象

検証する交通状態推定手法として、

- 第 3 章で提案した ARZ ベースの手法
- LWR ベースの手法
- DAT ベースの手法

の三種を用いる。ここで、LWR および DAT ベースの手法は ARZ ベースの手法の交通流モデル部分をそれぞれのモデルに置き換えたものである。なお、LWR ベースの手法は、速度の観測値は FD により密度に変換して推定に用い、速度の推定値は FD により密度の推定値を変換して得る。

(3) 推定結果

まず、ARZ ベースの手法の推定結果を示す。図 3 は、セクション中に感知器 1 つと 10% 混入率のプローブカーが存在すると想定したときの結果である。図 4 は、セクション中に感知器もプローブカーも存在しないと想定したときの結果である。これらを真値（図 5）と比較すると、追加データがない場合には推定結果に大きな誤差（例：time step 100 付近の渋滞衝撃波の伝わり方が真値と大きく乖離している）が見られるが、追加データがある場合にはデータ同化により良好な推定結果が得られたことがわかる。

図 6 に、ARZ ベースの手法の推定精度（MAPE: mean absolute percentage error）を、縦軸を中間感知器数、横軸をプローブ混入率として可視化した結果を示す。この図から、密度・速度の両推定結果ともに感知器とプローブを増やせば向上すること、密度の推定精度向上には感知器がより有効であること、速度の推定精度向上にはプローブカーがより有効であることがわかる。それぞれのセンサで観測可能な状態量を考えれば、自然な結果といえる。

次に、比較のため LWR ベースの手法と DAT ベースの手法の推定精度をそれぞれ図 7 と図 8 に示す。LWR ベースの手法は ARZ ベースの手法と定性的に異なる性質を持っていることがわかる。すなわち、

- プローブ混入率が一定以上の場合、密度・速度の推定精度はプローブ混入率を増やしても向上しない
- 速度の推定精度は感知器を増やしても向上しない

また、定量的にも、密度・速度ともに ARZ ベースの手法より精度が全体的に低い結果となっている。これは、LWR モデルでは交通状態が FD に制約されているため、FD からずれた交通状態を適切に推定できないためと考えられる。なお、これらの現象はプローブ混入率が高い（概ね 10% 以上）場合に顕著である。今日の混入率はいまだこのレベルには達していないため、このような問題は実際には顕在化していないと思われる。

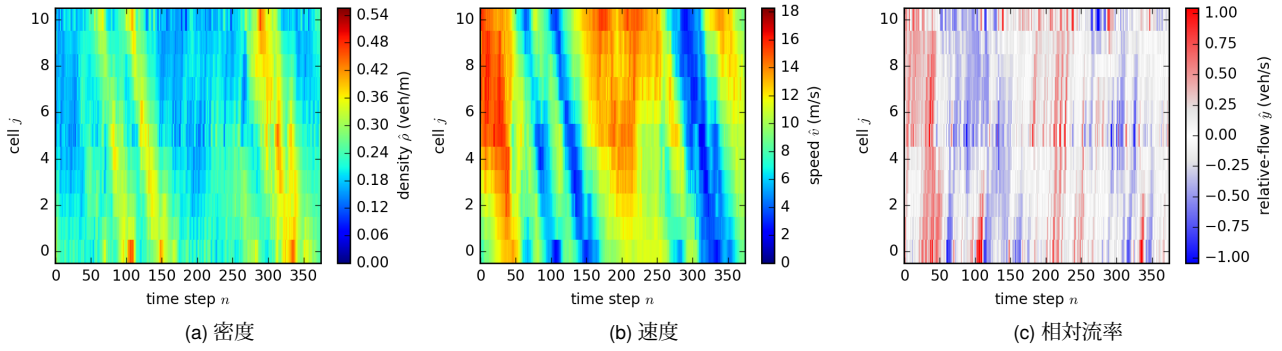


図-3: ARZ ベースの手法の推定結果：中間感知器 1 つ，プローブ混入率 10%

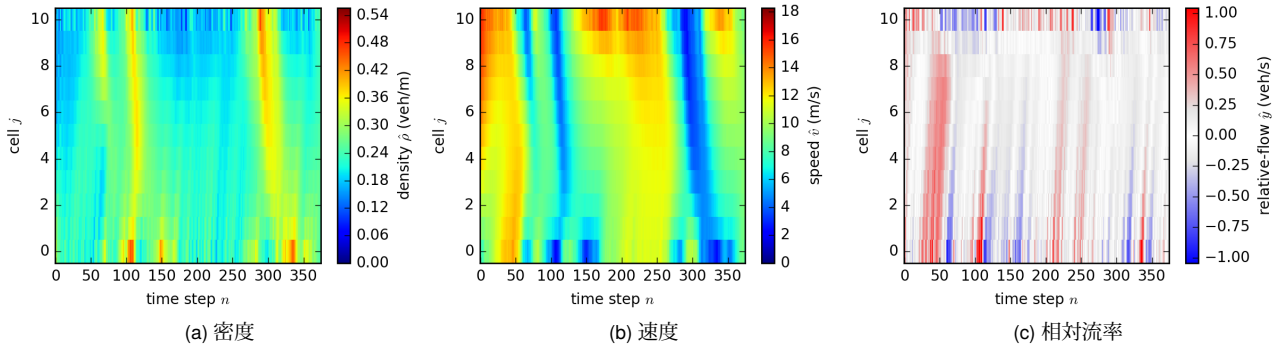


図-4: ARZ ベースの手法の推定結果：中間感知器なし，プローブ混入率 0%

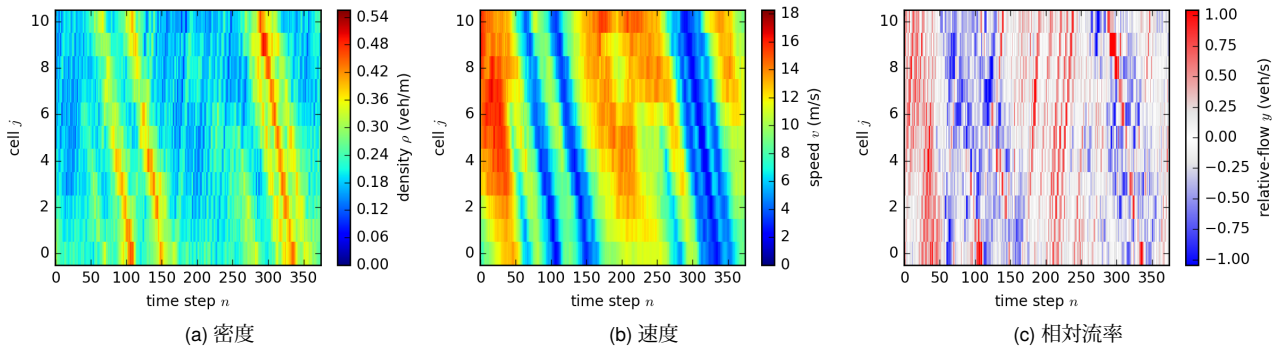


図-5: 真の交通状態

DAT ベースの手法は、基本的にデータを増やせば増やすほど密度・速度の推定精度が向上する点は ARZ ベースの手法と同様である。一方、プローブ混入率が低い（概ね 5%以下）場合には ARZ, LWR ベースの両手法と比較して精度が著しく低い。これは、速度をプローブカー速度を直接算出して推定しており、そのような小さな混入率では速度を精度良く算出できないためである。プローブ混入率が高い（概ね 20%以上）場合には、本手法の精度は ARZ ベースの手法に近い・部分的に超えるものとなる。本手法は FD などのモデルパラメータを一切必要としないことを考えると、この性質

は実際上非常に有用といえる。

5. おわりに

本研究では、交通流理論の最も基礎的な関係である Fundamental Diagram に着目し、その扱いの異なる 3 種の交通流モデルの性質を、感知器とプローブカーを用いる交通状態推定への応用を通して比較分析した。そして、FD を制約条件としている LWR モデルはデータ融合による交通状態推定に際して問題があること、その制約条件を緩和した ARZ モデルはデータ融合上有用で

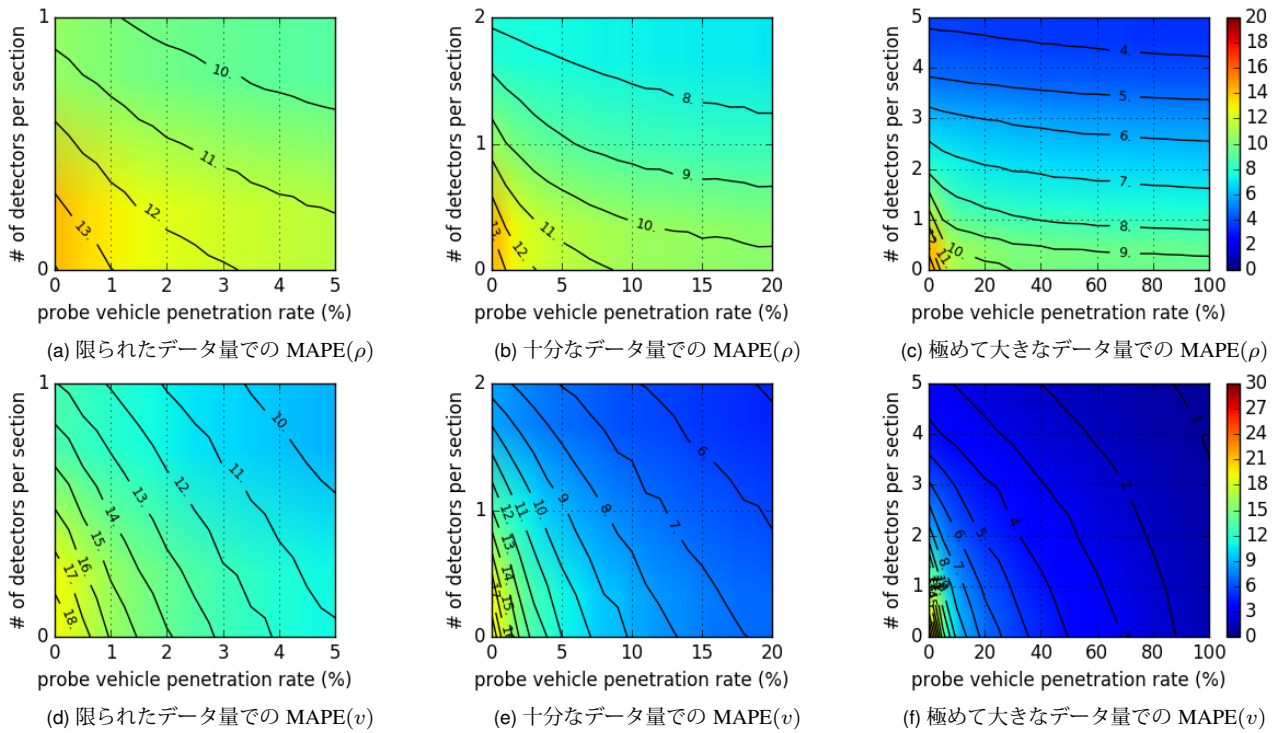


図-6: ARZ ベースの手法のデータ量毎の精度

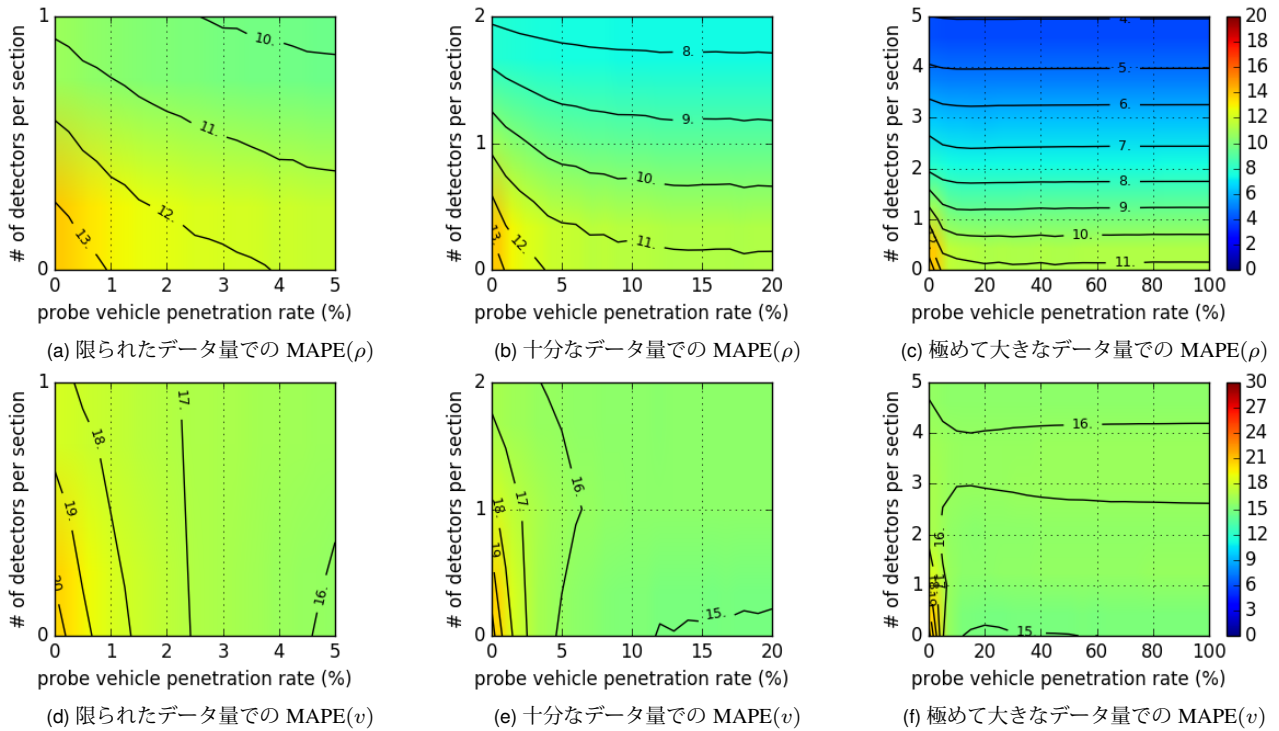


図-7: LWR ベースの手法のデータ量毎の精度

あること、FD を用いないデータ駆動型の手法はプローブカーが大量に利用できる場合に有用になりうることを実データを用いつつ示した。

謝辞：本稿の内容はカリフォルニア大学バークレー校の Alexandre M. Bayen 教授との共同研究（一部を Seo and Bayen³¹⁾ で発表）の結果に基づいている。

参考文献

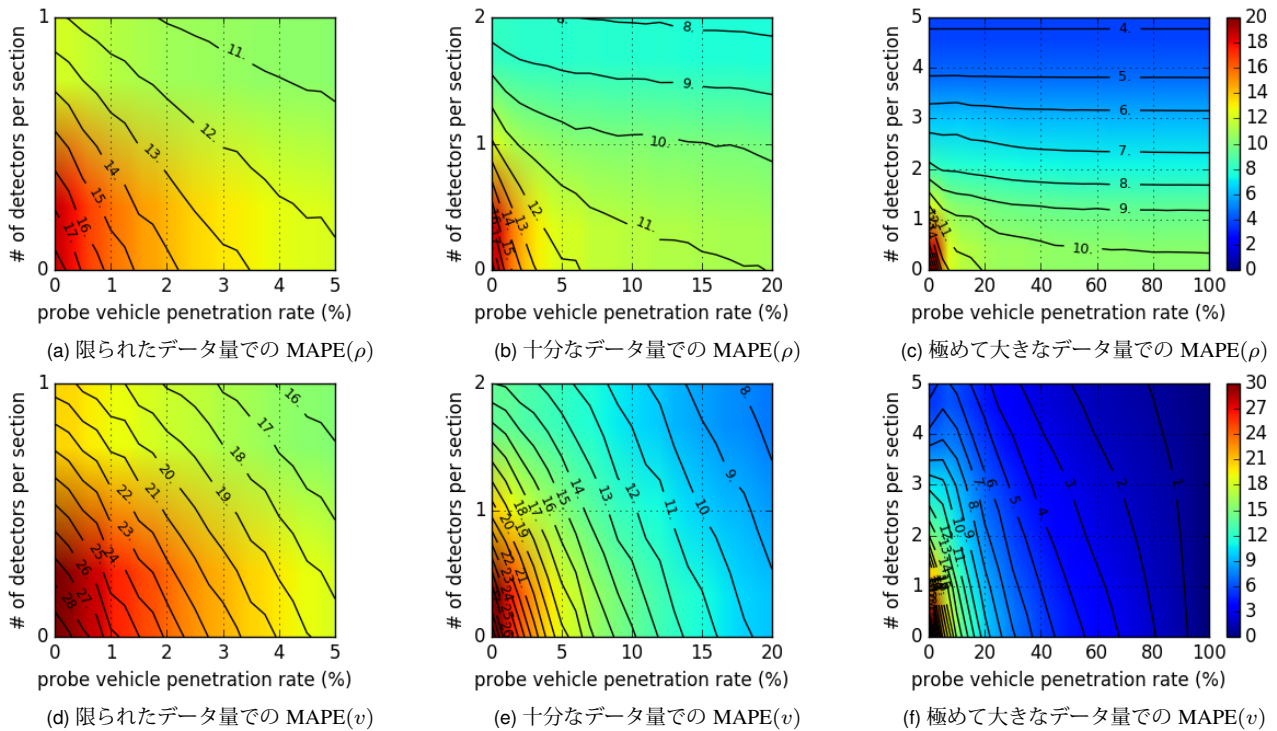


図-8: DAT ベースの手法のデータ量毎の精度

- 1) 樋口知之(編) データ同化入門, 朝倉書店, 2011.
- 2) 福田大輔: データ同化アプローチによる交通状態の推定に関する研究動向, 交通工学, Vol. 47, No. 2, pp. 33-38, 2012.
- 3) Seo, T., Bayen, A. M., Kusakabe, T., and Asakura, Y.: Traffic state estimation on highway: A comprehensive survey, *Annual Reviews in Control*, Vol. 43, pp. 128-151, 2017.
- 4) Lighthill, M. J. and Whitham, G. B.: On kinematic waves. II. a theory of traffic flow on long crowded roads, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, Vol. 229, No. 1178, pp. 317-345, 1955.
- 5) Richards, P. I.: Shock waves on the highway, *Operations Research*, Vol. 4, No. 1, pp. 42-51, 1956.
- 6) 和田健太郎, 瀬尾亨, 中西航, 佐津川功季, 柳原正実: Kinematic Wave 理論の近年の展開: 変分理論とネットワーク拡張, 土木学会論文集 D3 (土木計画学), Vol. 73, No. 5, pp. I_1139-I_1158, 2017.
- 7) Aw, A. and Rascle, M.: Resurrection of "second order" models of traffic flow, *SIAM Journal on Applied Mathematics*, Vol. 60, No. 3, pp. 916-938, 2000.
- 8) Zhang, H. M.: A non-equilibrium traffic model devoid of gas-like behavior, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 36, No. 3, pp. 275-290, 2002.
- 9) Seo, T., Kusakabe, T., and Asakura, Y.: Estimation of flow and density using probe vehicles with spacing measurement equipment, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, Vol. 53, pp. 134-150, 2015.
- 10) Bekiaris-Liberis, N., Roncoli, C., and Papageorgiou, M.: Highway traffic state estimation with mixed connected and conventional vehicles, *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, Vol. 17, No. 12, pp. 3484-3497, 2016.
- 11) Daganzo, C. F.: Requiem for second-order fluid approximations of traffic flow, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 29, No. 4, pp. 277-286, 1995.
- 12) Papageorgiou, M.: Some remarks on macroscopic traffic flow modelling, *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, Vol. 32, No. 5, pp. 323-329, 1998.
- 13) Herrera, J. C. and Bayen, A. M.: Incorporation of Lagrangian measurements in freeway traffic state estimation, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 44, No. 4, pp. 460-481, 2010.
- 14) 川崎洋輔, 原祐輔, 桑原雅夫: 状態空間モデルによる経路選択を考慮した二次元ネットワークの交通状態推定手法の構築, 土木学会論文集 D3 (土木計画学), Vol. 73, No. 5, pp. I_949-I_959, 2017.
- 15) Work, D. B., Blandin, S., Tossavainen, O. P., Piccoli, B., and Bayen, A. M.: A traffic model for velocity data assimilation, *Applied Mathematics Research eXpress*, Vol. 2010, No. 1, pp. 1-35, 2010.
- 16) Claudel, C. G. and Bayen, A. M.: Lax-Hopf based incorporation of internal boundary conditions into Hamilton-Jacobi equation. part I: Theory, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 55, No. 5, pp. 1142-1157, 2010.
- 17) Mehran, B. and Kuwahara, M.: プローブ, 車両通過時刻, 信号制御データの融合による一般街路上の車両軌跡推定, 交通工学, Vol. 46, No. 1, pp. 77-89, 2011.
- 18) Yuan, Y., van Lint, J. W. C., Wilson, R. E., van Wageningen-Kessels, F., and Hoogendoorn, S. P.: Real-time Lagrangian traffic state estimator for freeways, *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, Vol. 13, No. 1, pp. 59-70, 2012.
- 19) Nanthawichit, Chumchoke, 中辻隆, 鈴木宏典: プローブカーデータを用いた高速道路における動的交通状態推定について, 土木学会論文集, No. 730, pp. 43-54, 2003.
- 20) Payne, H. J.: Models of freeway traffic and control,

Mathematical Models of Public Systems, Vol. 1, No. 1, pp. 51–61, 1971.

- 21) Whitham, G. B.: *Linear and Nonlinear Waves*, John Wiley & Sons, 1974.
- 22) Mihaylova, L. and Boel, R.: A particle filter for freeway traffic estimation, in *2004 IEEE 43rd Conference on Decision and Control*, Vol. 2, pp. 2106–2111, 2004.
- 23) Wright, M. and Horowitz, R.: Fusing loop and GPS probe measurements to estimate freeway density, *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, Vol. 17, No. 12, pp. 3577–3590, 2016.
- 24) Piccoli, B., Han, K., Friesz, T. L., Yao, T., and Tang, J.: Second-order models and traffic data from mobile sensors, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, Vol. 52, pp. 32–56, 2015.
- 25) Wang, R., Li, Y., and Work, D. B.: Comparing traffic state estimators for mixed human and automated traffic flows, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, Vol. 78, pp. 95–110, 2017.
- 26) Astarita, V., Bertini, R. L., d’Elia, S., and Guido, G.: Motorway traffic parameter estimation from mobile phone counts, *European Journal of Operational Research*, Vol. 175, No. 3, pp. 1435–1446, 2006.
- 27) Seo, T. and Kusakabe, T.: Probe vehicle-based traffic state estimation method with spacing information and conservation law, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, Vol. 59, pp. 391–403, 2015.
- 28) LeVeque, R. J.: *Numerical methods for conservation laws*, Springer Basel AG, 1992.
- 29) Edie, L. C.: Discussion of traffic stream measurements and definitions, in Almond, J. ed. *Proceedings of the 2nd International Symposium on the Theory of Traffic Flow*, pp. 139–154, 1963.
- 30) US Department of Transportation: NGSIM—Next Generation Simulation, 2006. <http://ops.fhwa.dot.gov/trafficanalysisistools/ngsim.htm>, accessed: 2015-02-10.
- 31) Seo, T. and Bayen, A. M.: Traffic state estimation method with efficient data fusion based on the Aw–Rascle–Zhang model, in *IEEE 20th International Conference on Intelligent Transportation Systems*, 2017.

(2018. 4. 28 受付)

COMPARATIVE ANALYSIS OF TRAFFIC FLOW MODELS FOR DATA
FUSION-BASED TRAFFIC STATE ESTIMATION

Toru SEO